Campo acustico perfettamente diffuso

Il campo acustico perfettamente diffuso è un campo in cui non esistono direzioni privilegiate. Questo vuol dire che, presa una qualunque superficie ΔA interna al volume in cui è presente il campo, l'intensità sonora deve essere nulla.

Infatti,l'intensità acustica è definita come la potenza sonora che attraversa l'unità di superficie. In un campo diffuso, tuttavia, la potenza che transita attraverso l'area ΔA in un verso sarà esattamente compensata da quella proveniente dalla direzione opposta.

Se l'area ΔA è invece presente su una parete, le onde provenienti da un semispazio risultano assenti; sulla superficie ΔA potranno giungere solo i contributi provenienti da un semispazio, e pertanto l'intensità sonora risultante sarà diversa da zero.

Si prenda allora in esame un'area ΔA sulla superficie di una parete, in un campo sonoro perfettamente diffuso, per cui vale cioè $D = \text{cost}$ in tutto lo spazio.

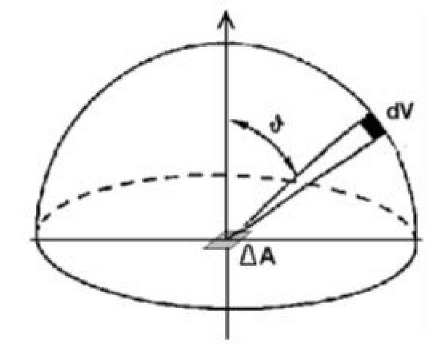

Figura 1: schematizzazione del problema.

Un elemento di volume $dV = dSdr$, dove dS è l'area di base e dr l'altezza, posto sulla calotta sferica di raggio r, ha un'energia contenuta al suo interno pari a $DdV = DdSdr$.

L'energia acustica all'interno dell'elemento è dovuta alle onde sonore che si propagano in modo isotropo in tutte le direzioni dello spazio. Di queste, solo quelle contenute all'interno dell'angolo solido $\Delta\omega = \frac{\Delta A \cos\theta}{r^2}$ possono incidere su dA.

Pertanto, la frazione di energia che può incidere su ΔA è uguale a

$$dE = DdSdr\frac{\Delta\omega}{4\pi}$$

, dato che 4π corrisponde all'intero angolo solido.

L'intensità I su ΔA è definita come la quantità di energia ΔE che attraversa l'area ΔA nel tempo Δt:

$$I = \frac{\Delta E}{\Delta A \Delta t}$$

.

I contributi a ΔE, al variare di $r = c\Delta t$, e della posizione di dV sulla calotta sferica di raggio r sono forniti dall'integrale:

$$\Delta E = \int_0^{c\Delta t}\int_S dE$$

che può essere scritto usando le coordinate sferiche:

$$\Delta E = \int_0^{c\Delta t}\int_S \frac{D\Delta\omega}{4\pi} dS dr = \int_0^{c\Delta t}\int_S \frac{D\Delta A\cos\theta}{4\pi r^2} dS dr = \int_0^{c\Delta t}\int_S \frac{D\Delta A\cos\theta}{4\pi r^2} r^2 \sin\theta d\theta d\phi dr$$

dove si è usata l'espressione valida in coordinate sferiche $dS = r^2\sin\theta d\theta d\phi$ (ϕ, non in figura, è l'angolo sul piano in cui giace ΔA).

Pertanto:

$$\Delta E = \int_0^{c\Delta t} dr \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\pi/2} \sin\theta\cos\theta d\theta \frac{D\Delta A}{4\pi}$$

Dato che $\int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\pi/2} \sin\theta\cos\theta d\theta = 2\pi \int_0^{\pi/2} \sin\theta\cos\theta d\theta = 2\pi \int_0^1 t dt = \pi$, otteniamo:

$$\Delta E = \frac{c\Delta t\Delta A}{4} D$$

da cui l'intensità I :

$$I = \frac{\Delta E}{\Delta A\Delta t} = \frac{c}{4} D$$